

Bebr[a]s

'23

2023. gada 1. kārtas
uzdevumi ar atbildēm

9.-10. klase

INFORMATĪVIE ATBALSTĪTĀJI



Izglītības un zinātnes
ministrija

start(it)

www.startit.lv

SATURS

Banāni mugursomās.....	2
Aizzīmogatās vēstules	4
Paku skapis	6
Emmas darbi.....	8
Darbu piešķiršana	10
Kļūdas labojums	12
Pārgājienu maršruti.....	14
Istabas un durvis.....	15
Tuvāk vai tālāk.....	16
Elektroniskā slēdzene.....	18
Seifa atvēršana.....	19
Tiltu būve	22
Bebru māju krāsa	24
Stāvvietas atļaujas	25
Kanālu izbūves plāns.....	26

Banāni mugursomās

Pērtiķēns Maiks kopā ar diviem draugiem vēlas doties pārgājienā. Viņš vēlas paņemt līdzī ēdienu iespējamā izsalkuma remdēšanai. Viņam ir sagatavoti dažāda lieluma banānu ķekari. Maiks vēlas visus savus banānus sadalīt vienādi starp trim mugursomām, nesaraucot ķekarus. Maika mammai arī ir pieci banānu ķekari. Ja nepieciešams, Maiks var izmantot arī vienu no mammas banānu ķekariem.



Jautājums

Vai Maiks var sadalīt savus banānu ķekarus pa trim mugursomām tā, lai banānu skaits visās būtu vienāds?

Atbilžu varianti

- A. Ir iespējams, pat neņemot banānus no mammas.
- B. Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos vienu banānu.
- C. Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos ķekaru ar diviem banāniem.
- D. Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos ķekaru ar trim banāniem.
- E. Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos ķekaru ar četriem banāniem.
- F. Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos ķekaru ar pieciem banāniem.
- G. Nē, nav iespējams, pat ja mamma iedos vienu ķekaru.

Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: D

Ir iespējams, ja mamma Maikam iedos ķekaru ar trim banāniem."

Ja mamma iedos ķekaru ar trim banāniem, tad katrā somā var ielikt pa 15 banāniem. Piemēram, šādi:



Lai atrisinātu uzdevumu, jāatrod visu ķekaru banānu skaita summa, kam jādalās ar 3. Visos Maika ķekaros kopā ir $3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 6 + 8 + 8 = 42$ banāni. 42 dalās ar 3, iegūstot 14. Tagad mēs varētu mēģināt sadalīt ķekarus pa mugursomām. 14 ir pāra skaitlis, tāpēc ķekari ar 3 un 5 banāniem ir jāliek vienā mugursomā. To zinot, trīs mugursomās ir jāsadala šāds banānu skaits: $(5 + 3)$, 8, 8, 4, 4, 4 un 6. Mēs varam

aizpildīt vienu mugursomu ar 14 banāniem, izmantojot $(8 + 6)$ vai $(4 + 4 + 6)$, bet pēc tam nav iespējas piepildīt pārējās divas mugursomas, nesaraucot ķekarus. To var matemātiski pierādīt, parādot, ka nevar summā iegūt 14, summējot skaitļus no $(4, 4, 4, 8, 8)$ vai $(3, 4, 4, 4, 5, 8)$.

Tāpēc mēs secinām, ka mums ir jāpaņem ķekars no mammas. Tā kā mums summā ir nepieciešams skaitlis, kas dalās ar 3, Maikam ir jāizvēlas ķekars ar 3 banāniem. Jebkurš cits saišķis summā dos banānu skaitu, kas nedalās ar 3: $(42 + 1 = 43, 42 + 2 = 44, 42 + 4 = 46, 42 + 5 = 47)$. Paņemot 3 banānus, kopā ir $42 + 3 = 45$ banāni, kasnozīmē, ka katrā mugursomā ir jāievieto 15 banāni. Sākot ievietošanu ar lielākajiem ķekariem $(8, 8, 6)$, tiks atvieglota atlikušo ķekaru sadale. 6 var savienot ar 5 un 4, bet katru mugursomu ar 8 banānu ķekaru var savienot ar 3 un 4 banānu ķekaru.

Aizzīmogatās vēstules

Bebru Republikā ir slepens skapis, kas ir pilns ar slepenām vēstulēm. No 16 šajā skapī esošajām vēstulēm, kas numurētas no 1 līdz 16, 10 bija atvērtas, bet pārējās 6 bija aizzīmogatās aploksnēs. Kādu vakaru ienaidnieka spiegs iezagās un atvēra vienu no aizzīmogatajām vēstulēm. Promejot viņš to aizmirsa aizzīmogat. Nākamajā rītā sākās izmeklēšana, jo tika pamanīts, ka tagad atvērtas ir 11 vēstules, kā parādīts attēlā:



Slepenā dienesta darbinieki neatceras visas detaļas, bet ir pārliecināti, ka pirms spiega apmeklējuma bija patiesi šādi apgalvojumi:

- Kopējais atvērto vēstuļu skaits kolonnās C2 un C4 bija pāru skaitlis.
- Kopējais atvērto vēstuļu skaits kolonnās C3 un C4 bija pāru skaitlis.
- Kopējais atvērto vēstuļu skaits rindās R2 un R4 bija pāru skaitlis.
- Kopējais atvērto vēstuļu skaits rindās R3 un R4 bija pāru skaitlis.

Jautājums

Kuru vēstuli atvēra ienaidnieka spiegs?

Ievadi naturālu skaitli - atvērtās vēstules numuru.

Ja ar doto informāciju nepietiek, lai noteiktu, kura vēstule tika atvērta, ievadiet 0.

Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 13. vēstule.

Izmantosim šādu argumentāciju:

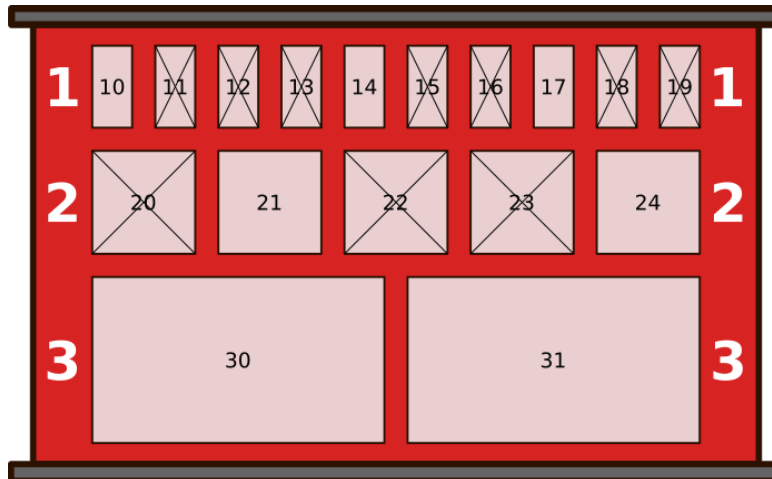
- Kolonnās C2 un C4 kopā ir pāra skaits atvērto vēstuļu, kas atbilst darbinieku atmiņām. Tā kā spiegs ir atvēris tikai vienu vēstuli, tas nozīmē, ka spiega atvērta vēstule nav šajās kolonnās - atvērtajai vēstulei ir jābūt kolonnā C1 vai C3.
- Kolonnās C3 un C4 kopā ir pāra skaits atvērto vēstuļu, kas atbilst darbinieku atmiņām. Ņemot vērā iepriekšējo apgalvojumu, tas nozīmē, ka spiega atvērtajai vēstulei jāatrodas kolonnā C1.

- Rindās R2 un R4 kopā ir nepāra skaits atvērto vēstuļu, kas neatbilst darbinieku atmiņām. Tas nozīmē, ka spiega atvērtajai vēstulei ir jābūt vai nu rindā R2, vai R4.
- Rindās R3 un R4 kopā ir nepāra skaits atvērto vēstuļu, kas neatbilst darbinieku atmiņām. Ņemot vērā iepriekšējo apgalvojumu, tas nozīmē, ka spiega atvērtajai vēstulei jāatrodas rindā R4.

Tāpēc spiega nolasītā vēstule atrodas kolonnā C1 un rindā R4, kas norāda uz 13. vēstuli.

Paku skapis

Paku piegādes stacijā Bebrvilā robots piegādātās pakas ievieto skapīšos. Ir trīs dažādu izmēru pakas: mazas, vidējas un lielas, un trīs dažādu izmēru skapīši, 1, 2 un 3. Mazās pakas var ietilpt visu trīs veidu skapīšos. Vidējās pakas var ietilpt 2. un 3. izmēra skapīšos. Lielās pakas var ietilpt tikai 3. izmēra skapīšos. Robots izmanto datorredzi, lai noteiktu ienākošās pakas izmēru un ievietotu to tukšā skapītī ar mazāko numuru, kurā paka var ietilpt. Kādu rītu piegādes stacijā skapīši ir aizņemti tā, kā redzams attēlā. Skapīši, kas apzīmēti ar X, ir aizņemti, tajos ir paka un tur citas pakas vairs ievietot nevar.



Dienas laikā notiek šādi astoņi notikumi:.

1. Tiek piegādātas divas mazas pakas.
2. Kāds paņem paku no 22. skapīša.
3. Tiek piegādāta liela paka.
4. Tiek piegādātas vēl trīs mazas pakas.
5. Kāds paņem paku no 15. skapja.
6. Tiek piegādāta vidēja izmēra paka.
7. Kāds paņem paku no 18. skapja.
8. Tiek piegādāta vēl viena maza paka.

Jautājums

Kurā skapītī robots ievietoja beidzamo piegādāto paku?

Ievadi naturālu skaitli

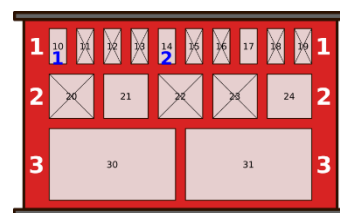
Atbildes izskaidrojums

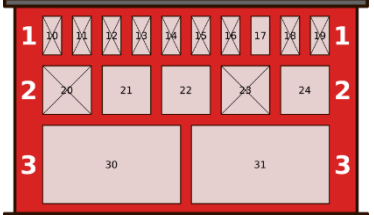
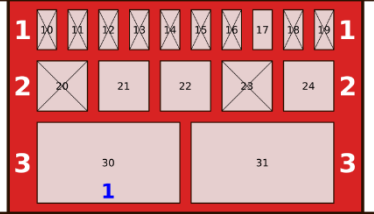
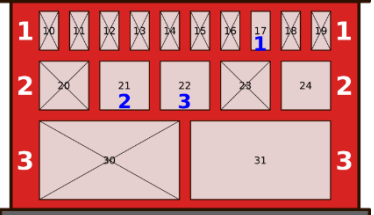
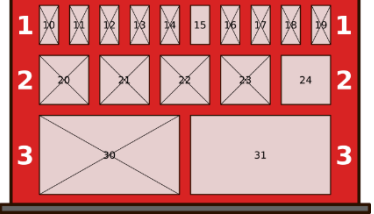
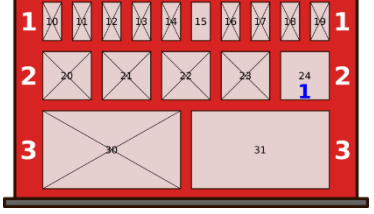
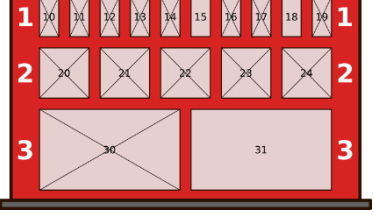
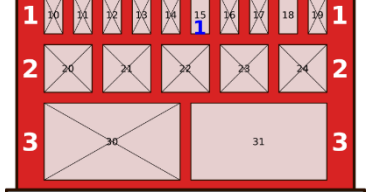
Pareizā atbilde: 15

Paku skapja satura izmaiņas dienas gaitā:

1. Tiek piegādātas divas mazas pakas.

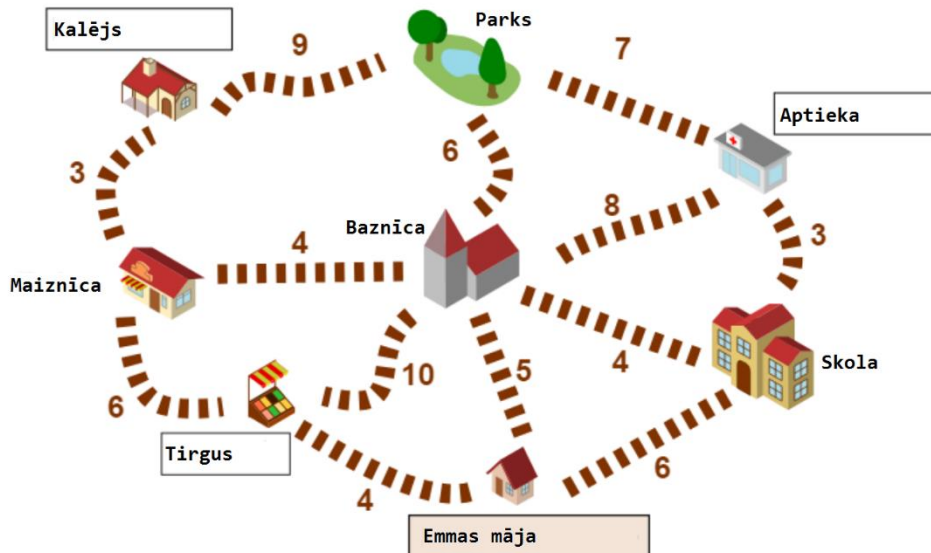
- Pakas tiek ievietotas 10. un 14. skapītī.



2. Kāds paņem paku no 22. skapīša. 22. skapītis nu ir tukšs.	
3. Tiek piegādāta liela paka. Paka tiek ievietota 30. skapītī.	
4. Tiek piegādātas vēl trīs mazas pakas. Pirmā paka tiek ievietota 17. skapītī. Otrā paka tiek ievietota 21. skapītī (jo nav brīvu 1. izmēra skapīšu). Trešā paka tiek ievietota 22. skapītī.	
5. Kāds paņem paku no 15. skapja. 15. skapītis nu ir tukšs.	
6. Tiek piegādāta vidēja izmēra paka. Paka tiek ievietota 24. skapītī.	
7. Kāds paņem paku no 18. skapja. 18. skapītis nu ir tukšs.	
8. Tiek piegādāta vēl viena maza paka. Paka tiek ievietota 15. skapītī (tukšs 1. izmēra skapītis ar mazāko numuru)..	

Emmas darbi

Emma dzīvo ciematā, kura karte parādīta attēlā. Skaitlis pie ceļa starp divām vietām norāda, cik ilgs laiks minūtēs jāpatērē, lai veiktu attiecīgo ceļu.



Kādu dienu Emmai tika uzdoti šādi trīs darbi:

- Paņemt pakavu no kalēja,
- Paņemt zāles aptiekā,
- Nopirkt tirgū augļus.

Darbus var izpildīt jebkādā secībā. Emma sākumā atrodas savā mājā un pēc visu darbu pabeigšanas viņai tajā arī jāatgriežas. Katra darba pabeigšanai attiecīgajā vietā (pie kalēja, aptiekā, tirgū) ir nepieciešama viena minūte.

Ja Emma izvēlētos maršrutu

“Mājas→Tīrgus(augļi)→Maiznīca→Kalējs(pakavs)→Parks→Aptieka(zāles)→Skola→Mājas”, tad kopā būtu nepieciešama 41 minūte: $38 = 4+6+3+9+7+3+6$ minūtes ceļā un trīs minūtes pašu darbu veikšanai.

Jautājums

Kāds ir īsākais laiks, kurā Emma var pabeikt visus darbus un atgriezties mājās?

Atbilžu varianti

- A. 37 minūtes
- B. 38 minūtes
- C. 39 minūtes
- D. 40 minūtes

Atbildes izskaidrojums

Pareizā ir atbilde: C

Ātrākais maršruts ir:

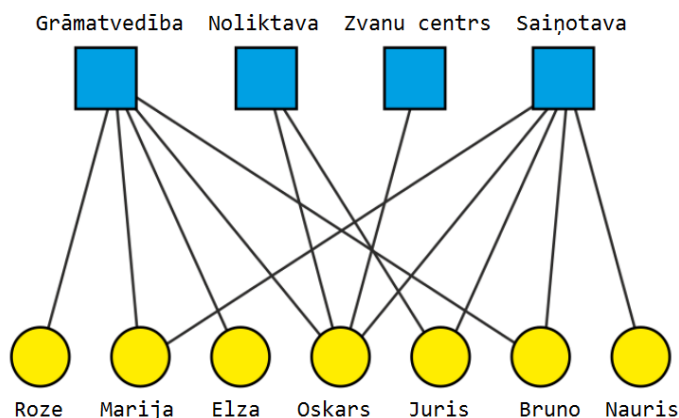
“Mājas→Skola→Aptieka(zāles)→Skola→Baznīca→Maiznīca→Kalējs(pakavs)→Maiznīca→Tirgus(augļi)→Mājas”

Nepieciešamais laiks ir $6 + 3 + 3 + 4 + 4 + 3 + 3 + 6 + 4 = 36$ minūtes ceļā + 3 minūtes darbu veikšanai = 39 minūtes. Šo pašu maršrutu var veikt arī pretējā virzienā, patērējot tik pat daudz laika.

Lai redzētu, ka nav īsāka maršruta, mēs izmantosim vienkāršotu kartes versiju - skatīt attēlu labajā pusē. Aplī (turpmāk saukti par virsotnēm) apzīmē dažādas vietas ciematā, un līnijas (turpmāk sauktas par šķautnēm) apzīmē ceļus starp tiem. Tāpat kā kartē, skaitlis blakus katrai malai norāda laiku minūtēs, kas nepieciešams, lai šo ceļu veiktu.	
Mēs varam ignorēt pelēkās šķautnes, jo katram virsotņu pārim, ko tās savieno, eksistē ātrāks ceļš, kas iet caur kādu papildu virsotni.	
Varam ignorēt arī virsotni “Parks”, jo nekas neliek Emmai iet caur to un katram maršrutam, kas iet caur to, eksistē patērētā laika ziņā īsāka alternatīva.	
Divas augšējās virsotnes (atbilst kalējam un aptiekai) attēlā pa labi noteikti ir jāapmeklē. Pēc iepriekšizdarītajiem spriedumiem katrai no tām vajadzēs 3 minūtes no tuvākās vietas turp un 3 minūtes pa to pašu ceļu atpakaļ. Tātad varam izdzēst šīs divas virsotnes, bet atcerēties, ka beigu rezultātam jāpieskaita 12 minūtes.	
Esam ieguvuši beigu grafu. Slēgtam maršrutam jāsākas un jābeidzas ar bultiņu apzīmētajā virsotnē un jāapmeklē visas trīs iekrāsotās virsotnes. Īsākais maršruts izmantos visas šķautnes, izņemot pelēki iekrāsoto. Maršrutā patērētais laiks ir $4 + 6 + 4 + 4 + 6 = 24$ minūtes. Pieskaitot 12 minūtes no iepriekšējā soļa un 3 minūtes darbu paveikšanai, iegūstam kopējo laiku 39 minūtes.	

Darbu piešķiršana

Roze, Marija, Elza, Oskars, Juris, Bruno un Nauris ir pieteikušies uz četrām brīvajām vietām rūpnīcā. Pa vienai brīvai vietai ir grāmatvedībā, noliktavā, zvanu centrā un saiņotavā. Katra darbinieka kvalifikācija ļauj tam var strādāt tikai noteiktās struktūrvienībās, kā parādīts zīmējumā. Katrai struktūrvienībai jāpieņem darbā viens darbinieks un katrs darbinieks var strādāt ne vairāk kā vienā struktūrvienībā.



Jautājums

Kurš no dotajiem izteikumiem noteikti ir patiesi?

Atbilžu varianti

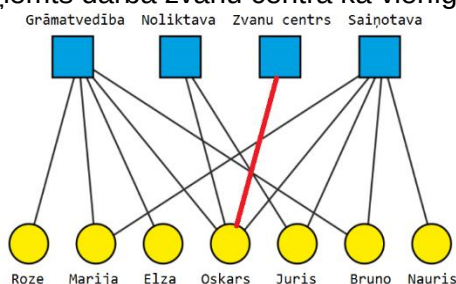
- A) Nauris tiks pieņemts darbā saiņotavā.
- B) Juris tiks pieņemts darbā noliktavā.
- C) Oskars tiks pieņemts darbā saiņotavā.
- D) Ja Marija tiks pieņemta darbā saiņotavā, tad Bruno tiks pieņemts darbā grāmatvedībā.
- E) Elza tiks pieņemta darbā grāmatvedībā.

Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: B

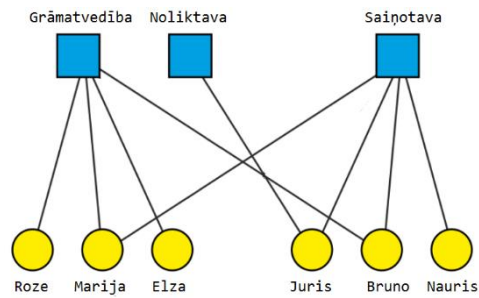
Pietiek ievērot, ka ja darbam kādā struktūrvienībā atbilst tikai viens pretendents, tad viņš tiks pieņemts šajā darbā neatkarīgi no tā, ka kvalificējas darbam arī citās struktūrvienībās.

Tādējādi, Oskars tiks pieņemts darbā zvanu centrā kā vienīgais kandidāts.

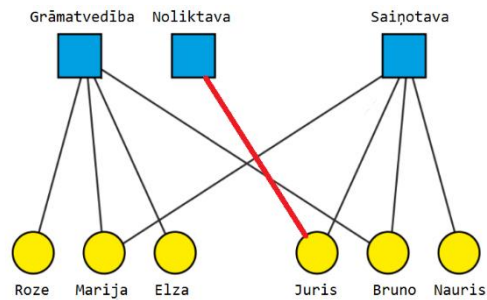


Tātad atbilde C ir aplama.

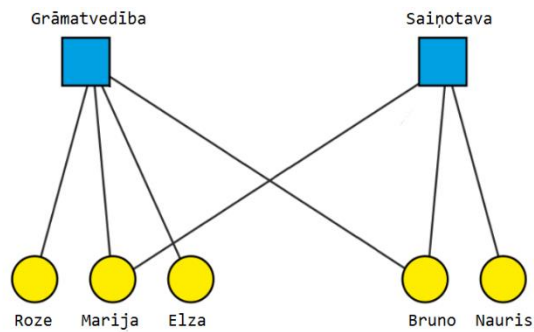
Tagad no zīmējuma varam izdzēst Oskaram un zvanu centram atbilstošos zīmējuma elementus, jo attiecībā uz atbilstošajiem objektiem ir izpildītas prasības (Oskars strādās vienā struktūrvienībā un zvanu centrs ir pieņēmis darbā vienu darbinieku).



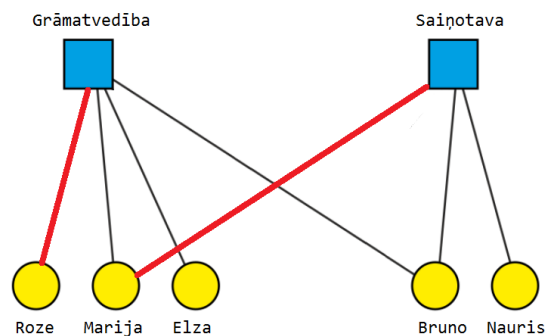
Atkārtotot iepriekšējo spriedumu jaunajā situācijā, izsecinām, ka Juris tiks pieņemts darbā noliktavā - B izteikums ir patiess.



Varam izdzēst Jurim un noliktavai atbilstošos zīmējuma elementus:



Tagad ir viegli ieraudzīt atrisinājumu, kuros apgalvojumi A, D un E būs aplami. Piemēram, Rozi var pieņemt darbā grāmatvedībā, bet Mariju - saiņotavā.



Kļūdas labojums

Bebru valstī ir vienpadsmit ciparu tālrunu numuri. Diemžēl, pierakstot tos, cilvēki mēdz kļūdīties, tādēļ, lai būtu iespējams numuros izlabot VIENA cipara kļūdu, visi telefona numuri atbilst šādām īpašībām:



- 8. cipars ir pirmo septiņu ciparu summas pēdējais cipars;
- 9. cipars ir pirmo četrus ciparu summas pēdējais cipars;
- 10. cipars ir 1., 2., 5. un 6. cipara summas pēdējais cipars;
- 11. cipars ir 1., 3., 5. un 7. cipara summas pēdējais cipars.

Piemēram, 12345678046 var būt tālruna numurs, jo:

- 8. cipars ir 8 ($1+2+3+4+5+6+7 = 28$)
- 9. cipars ir 0 ($1+2+3+4 = 10$)
- 10. cipars ir 4 ($1+2+5+6 = 14$)
- 11. cipars ir 6 ($1+3+5+7 = 16$)

Jautājums

Kāds kļūdījās VIENĀ ciparā un kā numuru pierakstīja 12312316710. Kāds bija pareizais tālruna numurs?

Ievadi vienpadsmit ciparu virkni [00000000000-99999999999]

Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 1231**5**316710
(5. pozīcijā 2 jāaizstāj ar 5).

Sākotnējais numurs ir 12312316710.

1. Vispirms aplūkosim pēdējos četrus ciparus (8.–11.), kas ir 6, 7, 1, 0:
 - 8. cipars (6) ir **nepareizs** (jo $1+2+3+1+2+3+1 = 13$)
 - 9. cipars (7) ir **pareizs** (jo $1+2+3+1 = 7$)
 - 10. cipars (1) ir **nepareizs** (jo $1+2+2+3 = 8$)
 - 11. cipars (0) ir **nepareizs** (jo $1+3+2+1 = 7$)

Kā parādīts iepriekš, no pēdējiem četriem cipariem (8.–11.) trīs ir nepareizi, tāpēc vienīgā kļūda nevar būt tur. Tā kā pēdējie četri cipari (8.–11.) faktiski ir balstīti uz pirmajiem septiņiem cipariem, kļūdai jābūt vienā no pirmajiem septiņiem cipariem (1.–7.).

2. Pēc tam mēs pārbaudām pirmos septiņus ciparus (1.–7.), kas ir 1, 2, 3, 1, 2, 3, 3. Mēs jau zinām, ka 9. cipars (kas ir vienāds ar 1.–4. ciparu summu) ir pareizs, tāpēc pirmajiem četriem cipariem (1.–4.) ir jābūt pareiziem.

Apskatīsim pārējos trīs ciparus (5.–7.). Saskaņā ar noteikumiem:

5. cipars nosaka 8., 9. un 11. ciparu

6. cipars nosaka 8. un 10. ciparu

7. cipars nosaka 8. un 11. ciparu

Tā kā 8., 10. un 11. cipars ir nepareizi, kļūdai jābūt 5. ciparā.

3. Tagad noskaidrosim, kādam jābūt 5. ciparam:

Mēs zinām, ka 5. cipars var būt tikai skaitlis no 0 līdz 9.

Ir divi veidi, kā atrast pareizo 5. ciparu:

Ar mēģinājumu un kļūdu metodi: ja mēs cenšamies izmantot skaitļus no 0 līdz 9 pa vienam kā 5. ciparu, tikai skaitlis 5 atbilst noteikumam un padara pareizus 8., 10. un 11. ciparu. Tāpēc 5. ciparam jābūt 5 (nevis 2).

Matemātiski salīdzinot: Ja salīdzinām 8., 10. un 11. ciparu un to summas:

Pozīcija	Cipars	Orģinālā summa	Izlabotā summa, lai nodrošinātu atbilstību	Starpība
8. cipars	6	13	16	+3
10. cipars	1	8	11	+3
11. cipars	0	7	10	+3

Kā redzams, visos pāros atšķirība starp oriģinālo un izlaboto summu ir +3. Tas nozīmē, ka 5. cipara vērtība no sākotnējās (2) jāpalielina par 3, lai tā kļūtu 5 ($2+3=5$).

Pārbaudīsim šo izlaboto numuru: 1231**5**316710.

8. cipars (6) tagad ir **pareizs** (jo $1+2+3+1+5+3+1 = 16$)

9. cipars (7) ir **pareizs** (jo $1+2+3+1 = 7$)

10. cipars (1) tagad ir **pareizs** (jo $1+2+5+3 = 11$)

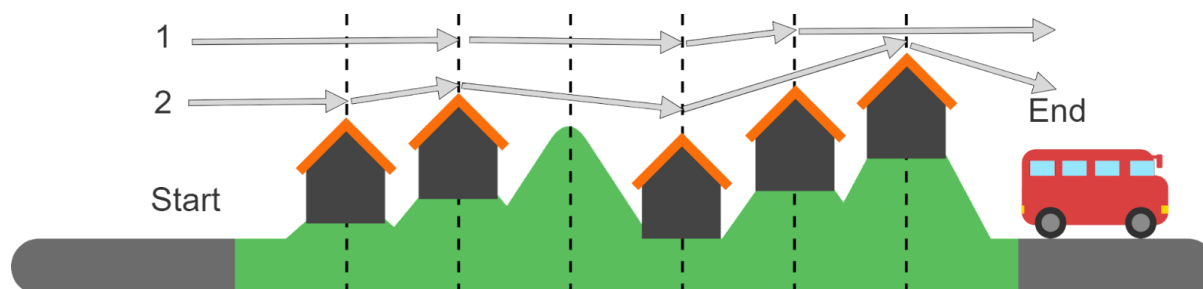
11. cipars (0) tagad ir **pareizs** (jo $1+3+5+1 = 10$)

Pārgājienu maršruti

Mijai patīk doties pārgājienos un nakšņot katru reizi citā vietā. Attēlā parādīta Mijas iepļānotā pārgājiena shēma. Mija katru dienu var veikt tikai vienu vai divus posmus (iezīmēti ar raustītām līnijām). Attēlā parādītas pārgājiena sākuma un beigu, kā arī naktsmītņu atrašanās vietas.

Ar bultiņu virkni parādīti divi iespējamie pārgājiena maršruti:

pirmajā maršrutā būtu trīs nakšņošanas, bet otrajā - četras.



Jautājums

Cik dažādu maršrutu (ieskaitot divus jau parādītos) ir Mijas pārgājienam?
levadi naturālu skaitli - dažādo maršrutu skaitu.

Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 6

Mēs varam atrisināt visu problēmu, izmantojot dekompozīciju: Vispirms mēs pamanām, ka Mijai ir jāpaliek B un C, jo attālums starp šīm divām vietām ir maksimālais attālums, ko viņa var noiet vienā dienā. Tas ļauj mums sadalīt uzdevumu divos mazākos uzdevumos. Var redzēt, ka ir divi veidi, kā nokļūt B no sākuma (tie, kas parādīti 1. maršrutā un 2. maršrutā). Tāpēc ir tikai divi iespējamie ceļi uz C. Tagad mēs varam apskatīt, cik daudz maršrutu ir, kā nokļūt no C līdz galam. Šajā uzdevumā vajadzētu noskaidrot, ka ir tikai trīs iespējas:

C → D → E → Beigas

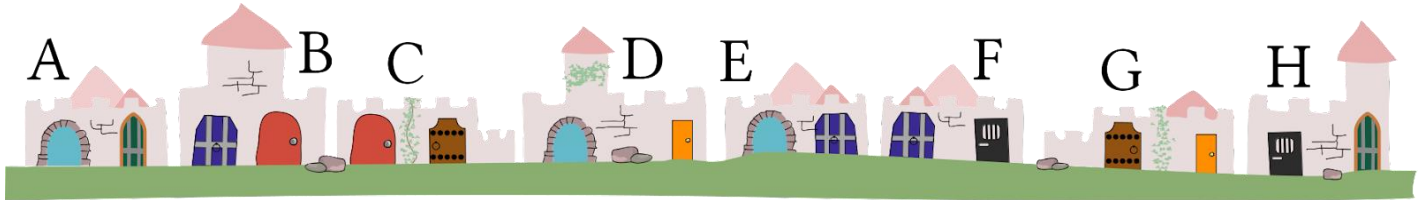
C → E → Beigas

C → D → Beigas

Tas nozīmē, ka kopumā ir iespējami 2 x 3 maršruti.

Istabas un durvis

Noslēpumainā pilī ir astoņas istabas un sešu tipu durvis. Ja jūs izejat caur kādām durvīm, tad varat nokļūt citā istabā, kurā ir šī paša tipa durvis. Piemēram, istabai A ir zilās durvis, caur kurām izejot var nonākt vai nu istabā D, vai istabā E, kurām abām arī ir zilās durvis.



Jautājums

Jums nepieciešams nokļūt no istabas A uz istabu C, izejot cauri pēc iespējas maz citām istabām.

Caur cik durvīm šajā gadījumā būs jāiziet?

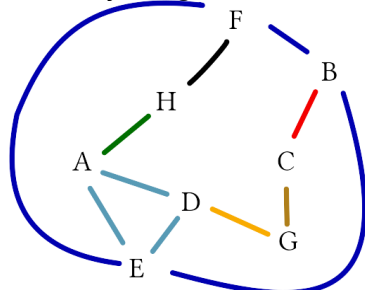
Ievadi naturālu skaitli.

Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 3

Jāiziet caur trim durvīm.

Uzzīmējiet grafu, kurā virsotnes atbilst istabām, bet durvis - šķautnēm.

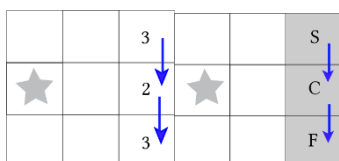


Ja vienu reizi atverat kādas no durvīm no A istabas un izejat caur tām, varat nonākt istabā D, E vai H. Ja atverat vēl otras durvis, varat nonākt no A istabā B (zilās durvis istabā E), F (zilās durvis istabā E vai melnās istabā H) vai G (oranžās durvis istabā D). Ja atverat trešās durvis - sarkanās durvis istabā B vai brūnās istabā G, varat sasniegt istabu C. Tādējādi no istabas A var sasniegt istabu C, kopumā izejot pa 3 durvīm.

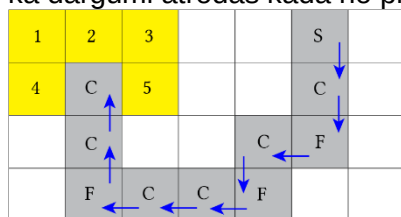
Tuvāk vai tālāk

Daniels spēlē spēli, kurā rūtiņu laukumā jānosaka, kurā no rūtiņām ir apslēpti dārgumi. Daniels spēli sāk rūtiņā, kas apzīmēta ar **S** un katrā **solī** var pāriet uz blakus rūtiņu (kopīga mala) vertikālā vai horizontālā virzienā. Pēc katra soļa Daniels saņem signālu, vai viņš tuvojas (C no angļu "closer") vai attālinās (F no angļu "further away") no dārgumiem. **Attālumu** līdz dārgumiem nosaka kā soļu skaitu, kāds nepieciešams, lai no rūtiņas tiktu līdz rūtiņai, kurā apslēpti dārgumi.

Piemēram, zemāk parādītajā 3×3 rūtiņu laukumā rūtiņa, kurā apslēpti dārgumi, ir apzīmēta ar . Daniels veic divus soļus bultiņu virzienā. Attālums no katras rūtiņas līdz dārgumiem ir parādīts zīmējumā pa labi. Daniels pēc pirmā soļa saņem signālu "C", bet pēc otrā - "F".



Tagad Danielam ir iedots cits, 4×7 rūtiņas liels laukums un atzīmēts viņa veiktais maršruts un pēc katra soļa saņemtais signāls. Tad Daniels ir saņēmis papildu norādi, ka dārgumi atrodas kādā no piecām sanumurētajām rūtiņām.



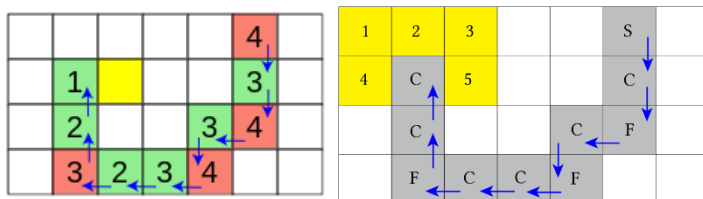
Jautājums

Kurā no numurētajām rūtiņām atrodas dārgumi?
Ievadi naturālu skaitli.

Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: 5

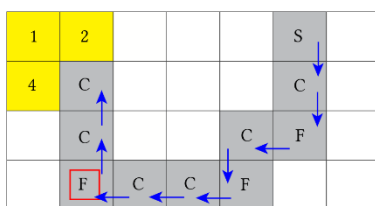
Varam pārbaudīt, ka rūtiņai "5" atbilst dotā "C" un "F" virkne - ja attālums samazinās, tad tiek ziņots "C", bet, ja palielinās, tad "F".



Citām numurētajām rūtiņām var norādīt kāda burta neatbilstību ziņojumu virknē.

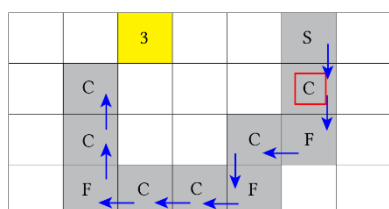
Rūtiņām 1, 2 vai 4:

Ja dārgumi būtu kādā no šīm rūtiņām, tad burta "F" vietā 4. rindas 2. kolonnā būtu "C", jo šī rūtiņa atrastos tuvāk dārgumiem nekā iepriekšējā (4. rindas 3. kolonnā).



Rūtiņai 3:

Ja dārgumi atrastos šajā rūtiņā, tad 2. rindas 6. kolonnā būtu jābūt "F", jo šī rūtiņa atrastos tālāk no dārgumiem nekā sākuma "S" rūtiņa.



Elektroniskā slēdzene

Bebri Bobs savas mājas ieejas durvīm ir uzstādījis elektroniska koda slēdzeni. Lai to atvērtu, nepieciešams nospiegt noteiktus taustiņus pareizā secībā. Sākotnējais kods bija šāds:

0	2	4	3	1
---	---	---	---	---

Lai šo kodu būtu grūtāk uzminēt, viņš to aizšifrēja šādi: **0>>0, 1>>3, 2>>0, 3>>1, 4>>0**

Pieraksts "**I>>K**" nozīmē, ka pa kreisi no skaitļa **I** tieši **K** skaitļi ir lielāki par **I**.

"**0>>0, 2>>0 un 4>>0**" nozīmē, ka parolē pa kreisi no skaitļiem **0, 2, 4** neviens nav par tiem lielāks.

"**1>>3**" nozīmē, ka pa kreisi no **1** tieši trīs skaitļi ir par to lielāki: **2, 3, 4**.

Un "**3>>1**" nozīmē, ka pa kreisi no **3** tieši viens skaitlis (**4**) ir par to lielāks.

Bobs nomainīja durvju kodu uz sarežģītāku astoņu ciparu kodu, kurš aizšifrēts izskatās kā:

0>>3, 1>>2, 2>>4, 3>>4, 4>>1, 5>>1, 6>>1, 7>>0.

Jautājums

1. Kāds ir Boba jaunais durvju kods?
2. *Ievadi astoņu ciparu virkni.*

Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde:

7	4	1	0	5	6	2	3
---	---	---	---	---	---	---	---

Nav iespējams manuāli iegūt pareizo kodu, pārļausot visus iespējamos $n!$ variantus.

Ir vairākas risināšanas stratēģijas, bet vienkāršākās no tām ir sākot ar lielāko (7) vai mazāko ciparu (0). Aplūkosim variantu, kad sākam no mazākā (0).

1) No **0>>3** izriet, ka pa kreisi no 0 ir jābūt trim brīvām šūnām. Tas ir, 0 garantēti atrodas ceturtajā šūnā no kreisās puses.

2) No **1>>2** izriet, ka pa kreisi no 1 ir jābūt divām brīvām šūnām. Tas ir, 1 garantēti atrodas trešajā šūnā no kreisās puses.

3) No **2>>4** izriet, ka pa kreisi no 2 ir jābūt četrām brīvām šūnām. Tas ir, 2 garantēti atrodas sestajā šūnā no kreisās puses:

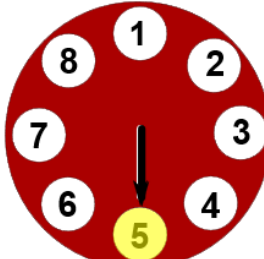
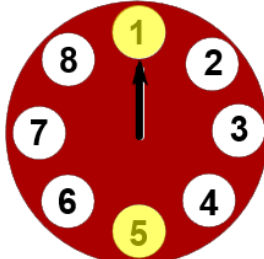
	1	0		2			
--	---	---	--	---	--	--	--

Turpinot šādus spriedumus, atradīsim vienīgo atrisinājumu.

Seifa atvēršana

Bebram nepieciešams atvērt seifu, izgaismojot pareizos ciparus. Vienā gājienā bebrs var pagriezt bultiņu pulksteņrādītāja virzienā par 3 vai 4 iedaļām. Pēc pagriešanas, gaisma zem cipara, uz kuru tagad norāda bulta, tiek pārslēgta uz pretējo: ja nebija ieslēgta, tad tiek ieslēgta, bet, ja bija, tad tiek izslēgta.

Ja bebrs izdara trīs gājienu, katrā bultiņu pagriežot par 4 iedaļām, tad situācija mainās tā, kā parādīts attēlā:

Sākuma stāvoklis	Pēc 1. gājiena (pagrieza par 4 iedaļām)	Pēc 2. gājiena (pagrieza par 4 iedaļām)	Pēc 3. gājiena (pagrieza par 4 iedaļām)
			

Jautājums

Seifa atvēršanai nepieciešams, lai gaisma būtu ieslēgta tikai zem cipariem 7 un 8 (zem citiem cipariem gaisma nedrīkst būt ieslēgta). Ar kādu mazāko gājienu skaitu bebrs to var panākt (sākuma stāvoklī bultiņa atrodas pret ciparu "1" kā parādīts attēlā augstāk)?

Atbilžu varianti

- A) ar 3 gājieniem
- B) ar 4 gājieniem
- C) ar 5 gājieniem
- D) ar 6 gājieniem
- E) ar 7 gājieniem

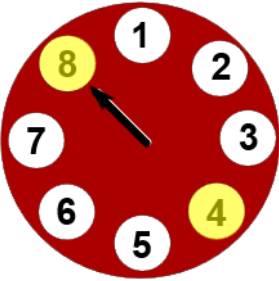
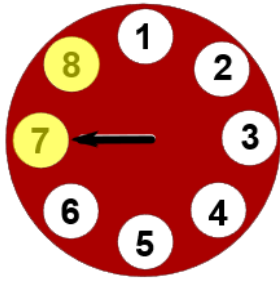
Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: B

Viens no veidiem, kā sākt risināt šo uzdevumu, ir saprast, ka skaitļus 8 un 7 var sasniegt, veicot divus gājienu no sākuma pozīcijas. Lai sasniegtu 7, bultiņa divreiz jāpagriež par 3 iedaļām. Lai sasniegtu 8, bultiņa jāpagriež par 4, pēc tam par 3 iedaļām.

Turklāt, ja esam uz 8, mēs varam sasniegt 7 ar diviem gājieniem, bet ne otrādi. Lai sasniegtu 8 no 7, būtu nepieciešams vairāk gājienu. Tāpēc mēģinājums sasniegt 8 un pēc tam 7 izskatās daudzsološs variants, ko varētu pabeigt tikai 4 gājienu. Bet, protams, ar 4 gājieniem mēs mainām arī to starpnieku numuru stāvokli, uz kuriem norāda bultiņa. Tātad, lai iedegtos tikai 7 un 8, un neviens cits cipars, mums ir jānodrošina, lai mēs norādītu uz vienu un to pašu starpnieka ciparu, gan vispirms dodoties uz 8, gan pēc tam, kad sasniegsim 7.

Tas darbojas, ja mēs pārvietojamies šādi: vispirms 3 iedaļas (iedegas 4), tad 4 iedaļas (iedegas 8), tad atkal 4 iedaļas (izslēdzam 4) un visbeidzot vēl 3 iedaļas, lai iedegtos 7.

1. gājiens	2. gājiens	3. gājiens	4. gājiens
3 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas
			

Tālāk pierādīsim, ka 4 gājiens ir mazākais iespējamais skaits. **Pēc viena gājiena:**

1. gājiens	Izgaismotie cipari
3 iedaļas	4
4 iedaļas	5

Izmantojot vienu gājienu, var izgaismot tikai vienu ciparu.

Pēc diviem gājieniem:

1. gājiens	2. gājiens	Bultiņa norādīja uz cipariem	Beigās izgaismotie cipari
3 iedaļas	3 iedaļas	4, 7	4, 7
3 iedaļas	4 iedaļas	4, 8	4, 8
4 iedaļas	3 iedaļas	5, 8	5, 8
4 iedaļas	4 iedaļas	5, 1	5, 1

Pēc diviem gājieniem būs izgaismoti divi cipari, bet tie nebūs 7 un 8.

Pēc trim gājieniem:

1. gājiens	2. gājiens	3. gājiens	Bultiņa norādīja uz cipariem	Beigās izgaismotie cipari
3 iedaļas	3 iedaļas	3 iedaļas	4, 7, 2	4, 7, 2
3 iedaļas	3 iedaļas	4 iedaļas	4, 7, 3	4, 7, 3
3 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas	4, 8, 3	4, 8, 3
3 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	4, 8, 4	8
4 iedaļas	3 iedaļas	3 iedaļas	5, 8, 3	5, 8, 3
4 iedaļas	3 iedaļas	4 iedaļas	5, 8, 4	5, 8, 4
4 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas	5, 1, 4	5, 1, 4
4 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	5, 1, 5	1

Pēc trim gājieniem būs izgaismots viens vai trīs cipari, tāpēc tie nebūs 7 un 8.

Pēc četriem gājieniem:

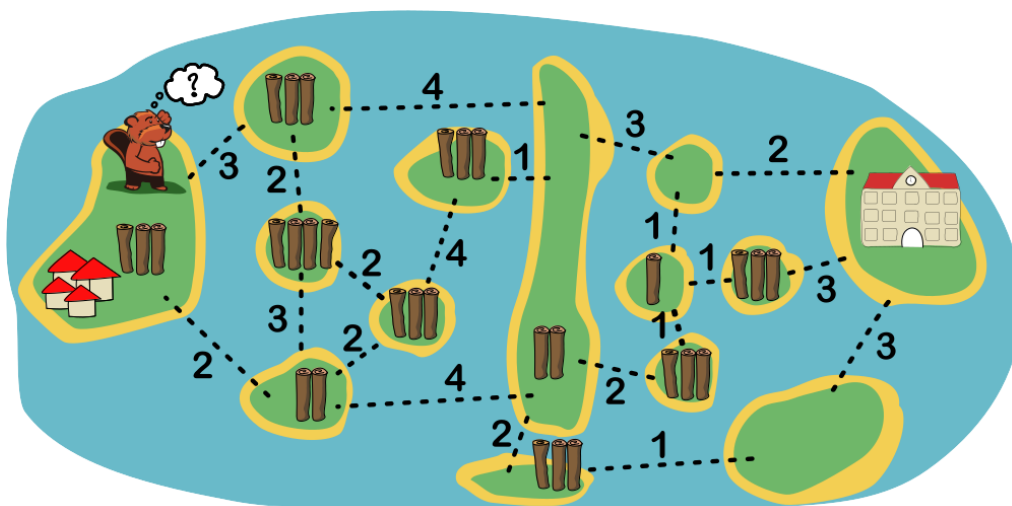
1. gāj.	2. gāj.	3. gāj.	4. gāj.	Bultiņa norādīja uz cipariem	Beigās izgaismotie cipari
3 iedaļas	3 iedaļas	3 iedaļas	3 iedaļas	4, 7, 2, 5	4, 7, 2, 5
3 iedaļas	3 iedaļas	3 iedaļas	4 iedaļas	4, 7, 2, 6	4, 7, 2, 6
3 iedaļas	3 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas	4, 7, 3, 6	4, 7, 3, 6
3 iedaļas	3 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	4, 7, 3, 7	4, 3
3 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas	3 iedaļas	4, 8, 3, 6	4, 8, 3, 6
3 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas	4 iedaļas	4, 8, 3, 7	4, 8, 3, 7
3 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas	4, 8, 4, 7	8, 7
3 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	4, 8, 4, 8	-
4 iedaļas	3 iedaļas	3 iedaļas	3 iedaļas	5, 8, 3, 6	5, 8, 3, 6
4 iedaļas	3 iedaļas	3 iedaļas	4 iedaļas	5, 8, 3, 7	5, 8, 3, 7
4 iedaļas	3 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas	5, 8, 4, 7	5, 8, 4, 7
4 iedaļas	3 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	5, 8, 4, 8	5, 4
4 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas	3 iedaļas	5, 1, 4, 7	5, 1, 4, 7
4 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas	4 iedaļas	5, 1, 4, 8	5, 1, 4, 8
4 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	3 iedaļas	5, 1, 5, 8	1, 8
4 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	4 iedaļas	5, 1, 5, 1	-

Pēc četriem gājieniem ir iespējams izgaismot tikai 7 un 8. Esam aplūkojuši visus variantus, tāpēc 4 ir mazākais nepieciešamais gājienu skaits.

Tiltu būve

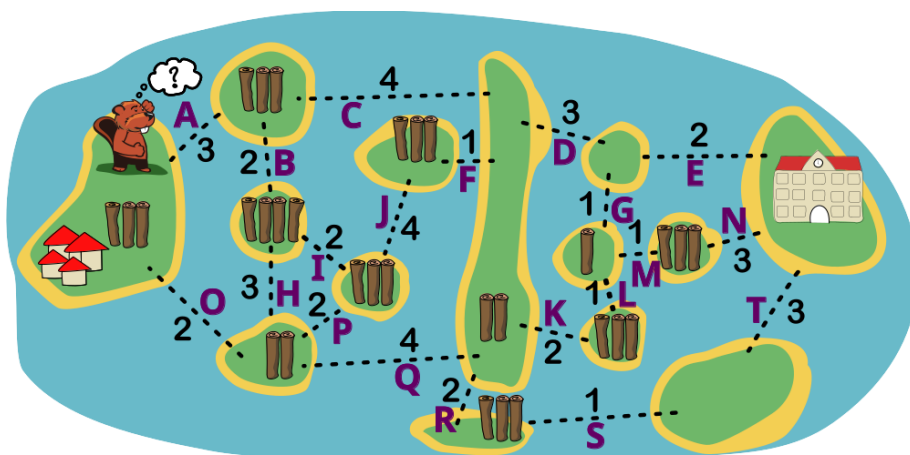
Braiens ir tiltu būvētājs. Viņa nākamais darbs ir uzbūvēt tiltus tā, lai skolēni no viņa ciema varētu nokļūt jaunajā skolā. Braiens nevēlas peldēt, tāpēc vispirms viņam ir jāuzbūvē tilts, ko var izmantot šķērsošanai tik reižu, cik nepieciešams.

Lai uzbūvētu tiltu, Braienam vajag pietiekami daudz baļķu. Savā ciematā viņš var dabūt tikai 3 baļķus, lai sāktu būvniecību. Viņš var arī ceļot starp jebkurām salām, kas jau savienotas ar tiltiem, lai savāktu tur vairāk baļķu. Zemāk esošajā kartē ir parādīts, cik baļķu ir nepieciešams, lai izveidotu tiltu katrā iespējamā ūdens šķērsojumā un cik baļķu ir pieejami katrā salā. Katru baļķi var izmantot tikai vienreiz, bet nav noteikti jāizmanto visi pieejamie baļķi.



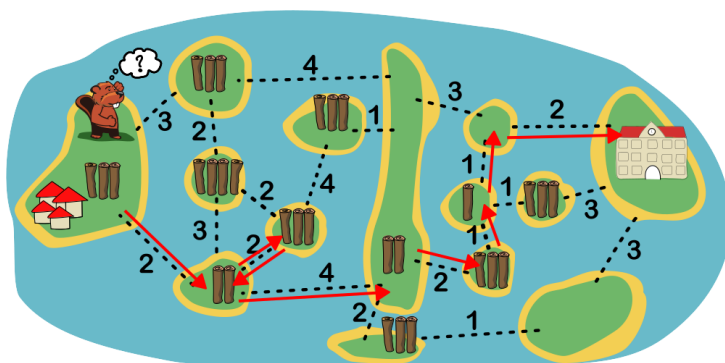
Jautājums

Kāds mazākais baļķu skaits Braienam nepieciešams, lai uzbūvētu tiltus, kas ļautu skolēniem no viņa ciema, ejot tikai pa tiltiem un salām, nokļūt skolā? *Ievadi naturālu skaitli.*



Atbildes izskaidrojums

14 baļķi. Interaktīvajā versijā: {O,P,Q,K,L,G,E}



Mēs varam parādīt, ka derīgs ceļš ir iespējams (katrā solī ir spēkā sakarība savāktie baļķi $\geq$ izmantotie baļķi), katrā solī reģistrējot savākto un izlietoto baļķu kopskaitu: (3,2)(5,4)(8,4)(8,8)(10,10)(13,11)(14,12)(14,14).

Mēs varam pierādīt, ka izmantoto baļķu skaits ir mazākais iespējamais, atrodot visus ceļus, kas savieno ciemu ar skolu un kuros ir ≤ 14 izmantotie baļķi, un parāda, ka tikai atrastā atbilde ir iespējama. Pirmkārt, ņemiet vērā, ka visiem ceļiem ir jāiet caur lielo salu vidū, tāpēc uzdevumu varam sadalīt divās daļās. Otrkārt, ceļam no ciema uz centru ir nepieciešami vismaz 6 baļķi un ceļam no centra uz skolu ir nepieciešami vismaz 5 (mēs sauksim tās par apakšējām robežām).

Vispirms mēs atrisinām kreiso daļu, izmantojot labo apakšējo robežu. Tas nozīmē, ka mēs meklējam visus iespējamus ceļus, kuros tiek izmantoti ≤ 9 baļķi (jo jebkurš risinājums kreisajai daļai ≥ 10 kopā izmantotu vismaz 15 baļķus).

Kreisajā pusē ir šādi ceļi, kas savienojas ar centru un izmanto ≤ 9 baļķus (parādīts ar savāktajiem baļķiem, izmantotajiem baļķiem):

{A,C}=(6,7),{A,B,C}=(10,9),{O,Q}=(5,6),{O,H,Q}=(9,9)
,{O,P,Q}=(8,8),{O,P,J,F}=(11,9)

Noņemot neīstenojamus risinājumus (tos, kuros ir savāktie baļķi $<$ izmantotie baļķi), mums paliek:

{A,B,C}=(10,9),{O,H,Q}=(9,9),{O,P,Q}=(8,8),{O,P,J,F}=(11,9)

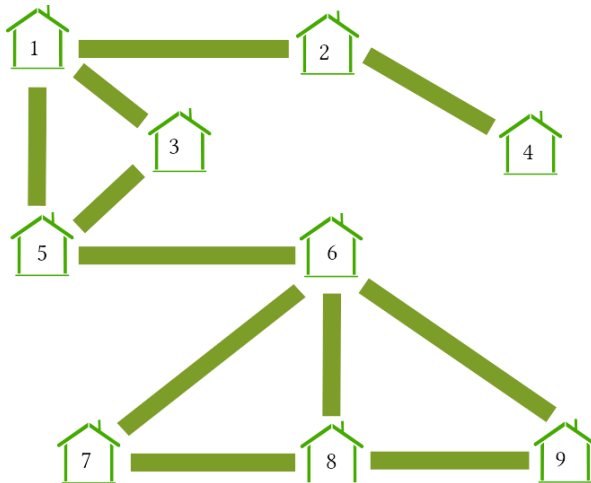
Pēc tam mēs atrisinām labo pusi, izmantojot 8 izmantoto baļķu apakšējo robežu kreisajā pusē, tāpēc mēs meklējam visus ceļus, kuros tiek izmantoti ≤ 6 baļķi:

{D,E}=(2,5),{D,G,E}=(3,6),{K,L,G,E}=(6,6),{R,S,T}=(5,6)

Tagad mēs apvienojam kreiso un labo daļu risinājumus, lai atrastu visus iespējamus pārus, kuros kopā būtu ≤ 14 izmantotie baļķi, un atrastu tikai {O,P,Q}=(8,8)+{K,L,G,E}=(6,6) $\rightarrow$ (14,14) tāpat kā visiem pārējiem pāriem savākto baļķu skaits ir mazāks par nepieciešamo baļķu skaitu.

Bebru māju krāsa

Trīs dažādu cilšu bebbriem ciematā ir uzceltas deviņas jaunas mājas. Katrā ciltī ir trīs ģimenes, un katrai ciltij būs trīs mājas - pa vienai katrai ģimenei. Visi vienas cilts bebbri dzīvos vienas krāsas mājās. Pilsētas dome mājām izmanto trīs krāsas: dzeltenu, zilu un sarkanu. Divas blakus esošās mājas, kas ir savienotas ar ielu, nevar būt vienā krāsā. Zemāk redzamajā attēlā ir parādīta māju atrašanās vieta un ielas, kas tās savieno. Nosakiet, kurām mājām noteikti jābūt vienā krāsā!



Jautājums

Kurām mājām noteikti jābūt vienā krāsā?

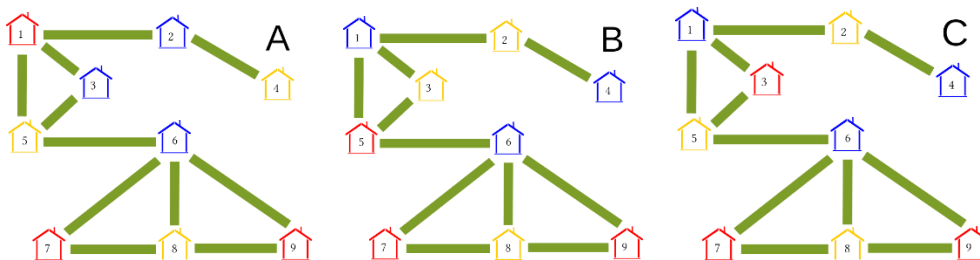
Atzīmējiet visas tās!

Atbildes izskaidrojums

Pareizā atbilde: mājas 7 un 9

Mājas 6 un 8 ir savienotas, tāpēc to krāsas atšķiras. Mājas 7 un 9 katra ir savienota ar abām šīm mājām, tāpēc to krāsai jābūt atlikušajai trešajai krāsai.

Parādīsim, ka atlikušajiem māju pāriem var būt atšķirīgs krāsojums. Aplūkosim trīs variantus:



Vispirms apsveriet māju pārus ar numuriem 1, 2, 3, 4 un 5. Variantā A vienīgie divi vienādas krāsas pāri ir {2; 3} un {4; 5}. Abi pāri ir nokrāsoti dažādās krāsās krāsojumā C. Tagad aplūkosim māju pārus ar numuriem 6, 7, 8 un 9. Visos 3 krāsojumos visi pāri, izņemot {7; 9} ir atšķirīgās krāsās.

Tagad mums ir palikuši pāri, kas sastāv no vienas mājas ar numuru 1-5 un otru - no 6-9. Visām mājām 1-5 ir atšķirīgas krāsas variantā B, salīdzinot ar A, un visas mājas 6-9 ir vienādas krāsās gan variantā A, gan B. Tātad šiem pāriem ir vai nu dažādas krāsas variantā A vai variantā B.

Stāvvietas atļaujas

Bebru pilsētas transporta departaments izsniedz ierobežotu skaitu stāvvietu atļauju. Katrai atļaujai ir unikāls identifikators, kas atbilst šādiem noteikumiem:

- tas sastāv no trim burtiem, kam seko viens cipars,
- pirmais burts ir līdzskanis,
- trešais burts ir patskanis.

Bīversitijā beбри lieto Rotokas alfabētu, kas sastāv no šādiem burtiem:

A	E	G	I	K	O	P	R	S	T	U	V
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Šeit

- patskaņi ir zaļā krāsā uz punktota fona, bet
- līdzskani ir sarkanā krāsā uz svītraina fona.

Lai gan alfabētā ir gan lielie, gan mazie burti, atļauju identifikatoros tiek lietoti tikai lielie burti. Veidojot identifikatorus, vienu un to pašu burtu drīkst izmantot vairākkārt.

Jautājums

Kādu lielāko skaitu stāvvietu atļauju var izsniegt transporta departaments?

levadi veselu nenegatīvu skaitli.

Atbildes izskaidrojums

Pirmajam burtam jābūt līdzskanim. Rotokas alfabētā ir 7 līdzskaņi. Tādējādi identifikatora pirmais burts var būt viens no 7 līdzskaņiem.

Otrais burts var būt līdzskanis vai patskanis. Tas nozīmē, ka mēs varam izvēlēties jebkuru no alfabēta burtiem. Tādējādi identifikatora otrais burts var būt viens no 12 burtiem.

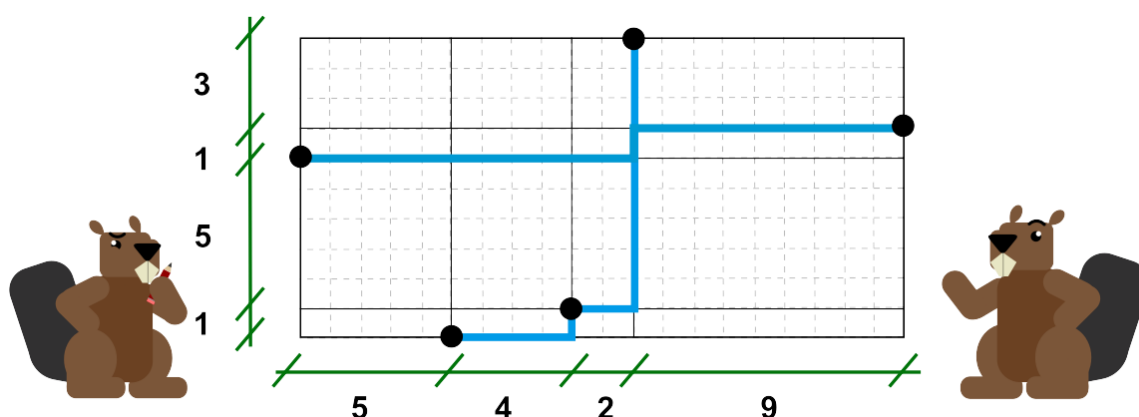
Trešajam burtam jābūt patskanim. Alfabētā ir 5 patskaņi. Tādējādi identifikatora trešais burts var būt viens no 5 patskaņiem.

Identifikators beidzas ar ciparu, kura vērtība var būt no 0 līdz 9. Tādējādi identifikatora vienīgais cipars var būt viens no 10 cipariem.

Lai iegūtu autostāvvietas atļauju skaitu, vajag sareizināt variantu skaitu katrā no pozīcijām: $7 \times 12 \times 5 \times 10 = 4200$ atļaujas.

Kanālu izbūves plāns

Bebars-arhitekts Moriss iepazīstina ar savu ūdens kanālu izbūves plānu. Kanāliem jāsavieno pieci ciemata mājokļi, kas kartē apzīmēti ar melniem aplīšiem. Moriss uzskata, ka, izbūvējot kanālus, nepieciešams turēties pie horizontālajām un vertikālajām līnijām, kas kartē šķērso katru mājokli, un savā 20x10 rūtiņas lielajā zīmējumā viņš ir norādījis attālumus starp šīm līnijām un ar zilu krāsu iezīmējis iespējamo kanāla shēmu.



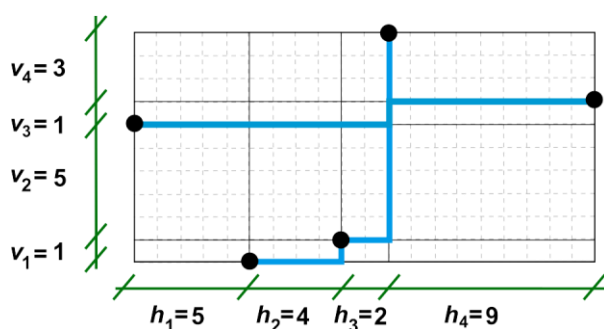
Bebars Jēkabs ir aprēķinājis, ka kopējais plānotais kanālu kopgarums ir 36 garuma vienības (garuma vienība ir rūtiņu mala). Bet, shēmu pārplānojot, iespējams kanālu kopējo garumu samazināt!

Jautājums

Kāds ir īsākais iespējamais kanālu kopgarums, to joprojām veidojot no horizontāliem un vertikāliem segmentiem, izteikts garuma vienībās? Ievadi naturālu skaitli.

Atbildes izskaidrojums

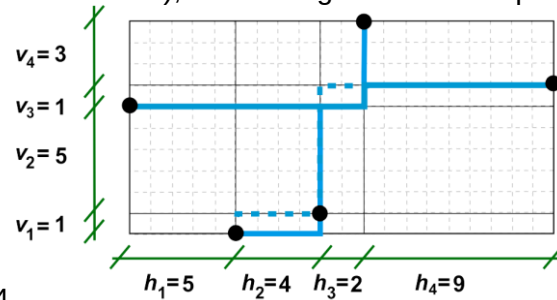
Pareizā atbilde: 34



Aplūkosim attālumus starp kaimiņu taisnēm horizontālā ($h_1 = 5, h_2 = 4, h_3 = 2, h_4 = 9$) un vertikālā ($v_1 = 1, v_2 = 5, v_3 = 1, v_4 = 3$) virzienā, katrs no kuriem ir jānoseds ar vismaz vienu kanāla posmu, kas nozīmē, ka kanālu kopgarums nevar būt mazāks par 30. Morisa plānā (skat. zīmējumu augstāk) posmi h_2 un h_3 ir noklāti divreiz, kas arī veido kopējo kanālu garumu $30 + 4 + 2 = 36$.

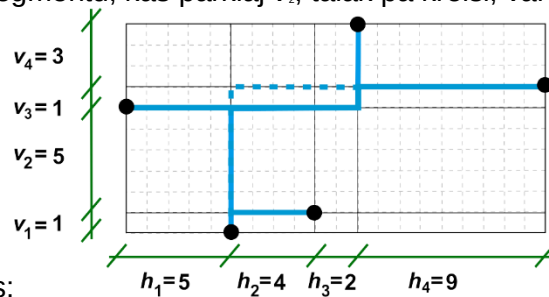
Lai iegūtu optimālu risinājumu, pārvietosim kanāla fragmentu, kas pārklāj v_2 , kā parādīts nākamajā attēlā (kur punktoti segmenti parāda līdzvērtīgas alternatīvas, kas

ietver divas taisnstūra malas), lai tikai segments h_2 būtu pārklāts divreiz un kopgarums



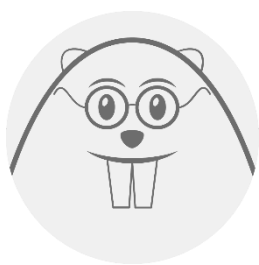
būtu $30 + 4 = 34$.

Pārvietojot segmentu, kas pārklāj v_2 , tālāk pa kreisi, var iegūt vēl divus optimālus



atrisinājumus:

Skaidrs, ka divreiz noseģ posmu v_2 nav izdevīgi, jo $v_2 > h_2$. Atlikušās iespējamās vietas vienīgajam (vertikālajam) posmam, kas nosedz posmu v_2 , ir kartes kreisajā un labajā pusē. Šajos gadījumos vismaz posms h_1 vai h_4 (abi lielāki par h_2) tiktu noseģti divreiz. Tas parāda, ka minimālais kanālu kopgarums ir 34, kur h_2 pārklāts divreiz.



Copyright Bebras